

文章编号: 1000-8055(2007)10-1730-07

陶瓷基复合材料基体裂纹偏转能量释放率研究

张 鸿, 宋迎东

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 采用虚裂纹闭合技术(VCCT)计算了基体裂纹在界面处不同传播路径的能量释放率,并结合基于能量释放率的裂纹偏转准则对陶瓷基复合材料基体裂纹偏转进行了研究. 计算了弹性错配参数 α 和 β 、基体裂纹扩展长度 a 、基体裂纹相对扩展长度 a_d/a_p 对裂纹偏转的影响,并将 VCCT 计算结果与积分法的计算结果进行比较. 结果表明:VCCT 能够准确计算基体裂纹扩展时的能量释放率,计算结果可为研究陶瓷基复合材料失效机制提供一定参考.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 裂纹偏转; 虚裂纹闭合技术; 陶瓷基复合材料; 能量释放率

中图分类号: V231. 91

文献标识码: A

Study of energy release rates for crack deflection of ceramic matrix composites

ZHANG Hong, SONG Ying-dong

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The energy release rates of different crack paths at interfaces were estimated by using virtual crack closure technique(VCTC). An energy criterion based on the energy release rates was used to study the crack deflection of ceramic matrix composites. Meanwhile, and the effects of elastic mismatch parameters α and β , the crack growth length a and the relative crack growth length a_d/a_p on the crack deflection were analyzed. The VCCT results were compared with those obtained by integration method. The results show that, VCCT can accurately calculate the energy release rates of crack growth, providing a reference for study of failure mechanism of ceramic matrix composites.

Key words: aerospace propulsion system; crack deflection; virtual crack closure technique; ceramic matrix composites; energy release rates

陶瓷基复合材料与陶瓷材料相比,一般具有较高的强度和韧性、优异的热性能和化学稳定性. 与其它形式的复合材料相比,陶瓷基复合材料也有着不可代替的优势,尤其是耐高温性能. 应用陶瓷基复合材料的航空发动机,不但可以减少发动机重量和提高燃烧温度,而且可以提高燃烧效率,

减少耗油率. 因此,陶瓷基复合材料是最有发展前景的航空发动机高温材料之一^[1].

在陶瓷基复合材料中,基体的断裂应变一般小于纤维的断裂应变. 因此,对连续纤维增韧的陶瓷基复合材料来说,在轴向拉伸载荷下,陶瓷基复合材料中的裂纹首先出现在基体中. 随着载荷的

收稿日期: 2006-09-19; 修订日期: 2007-01-26

基金项目: 航空科学基金资助(05C52013)

作者简介: 张鸿(1987-),男,山西临汾人,博士生,主要从事航空发动机结构强度、陶瓷基复合材料等方面的研究, E-mail: duxinggg@yahoo.com.cn

增加,基体裂纹一般延垂直于纤维的方向扩展.当基体裂纹扩展到界面上时,如果界面为弱界面粘结,裂纹将发生偏转,造成界面脱粘和滑移,偏转后的裂纹具有更大的表面积和表面能,可以吸收更多的断裂功,从而起到增韧的作用.此时如果纤维无破坏,还能起到纤维桥接增韧的作用.如果界面为强界面粘结,裂纹将直接穿过纤维而造成灾难性失效.因此,基体裂纹偏转不仅仅是陶瓷基复合材料主要的增韧机制之一,也是产生其它增韧机制,如界面脱粘和滑移、纤维桥接等的必要条件.基于裂纹扩展能量的能量释放率准则是研究基体裂纹偏转比较成熟的准则之一,将其应用于陶瓷基复合材料方面,不仅对研究陶瓷基复合材料基体裂纹的偏转机制,而且对陶瓷基复合材料的设计及性能预测都具有指导意义.本文采用虚拟裂纹闭合技术计算基体裂纹扩展时的能量释放率,并结合 He 和 Hutchinson^[2-3] (本文以下简称 HH) 等人提出的基于能量释放率的裂纹偏转准则对陶瓷基复合材料进行了研究,计算了弹性错配参数 α 和 β 、基体裂纹扩展长度、基体裂纹偏转长度对裂纹偏转的影响,并将 VCCT 计算结果与 HH 的计算结果进行比较.

1 基体裂纹偏转能量释放率的求解

1.1 基体裂纹偏转能量释放率准则

当基体裂纹扩展到界面时,有三种可能的传播路径(如图 1): (1) 裂纹直接穿越界面(扩展长度 $a = a_p$); (2) 裂纹在界面处单向偏转(扩展长度 $a = a_{d-single}$); (3) 裂纹在界面处双向偏转(扩展长度 $a = a_{d-double}$). 基体裂纹扩展路径的准则主要有基于裂纹尖端应力场的强度准则^[4-5] 和基于裂纹扩展能量的能量释放率准则^[2,3,6]. 强度准则和能量释放率准则是通过分别比较界面与穿越相的强度和韧性来决定裂纹的扩展路径. 由于位于界

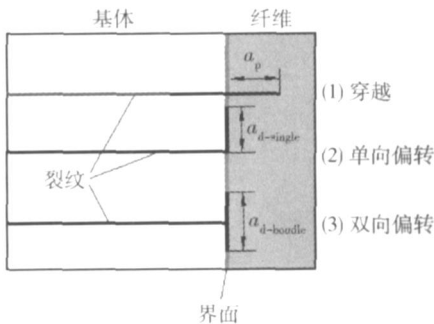


图 1 裂纹传播路径

Fig.1 Crack paths for matrix crack at interface

面上裂纹尖端的应力场不仅存在奇异性,而且影响参数比较多,难以通过计算或实验取得精确的应力场,因此,目前对基体裂纹在界面处扩展路径的研究主要采用能量释放率准则.

扩展到界面的基体裂纹是否发生偏转,HH 最早通过比较裂纹扩展过程中偏转裂纹和穿越裂纹的能量释放率,给出了裂纹偏转准则

$$\frac{\xi_d}{\xi_p} < \frac{G_d}{G_p} = f(\alpha, \beta) \left(\frac{a_d}{a_p} \right)^{1-2\lambda} \tag{1}$$

式中 G_d 和 G_p 分别为裂纹偏转和裂纹穿越时的能量释放率, ξ_d 和 ξ_p 分别为偏转相的断裂韧性和穿越相的断裂韧性. 如果比值 ξ_d/ξ_p 小于 G_d/G_p , 裂纹发生偏转, 否则裂纹发生穿越. 假设纤维和界面的断裂韧性分别为 ξ 和 ξ_i , 如果裂纹扩展发生在纤维表面, 则 $\xi_p = \xi$; 如果裂纹偏转发生在界面, 则 $\xi_d = \xi_i$.

由式(1)可知,能量释放率比值 $G_d = G_p$ 是通过求解函数 $f(\alpha, \beta)$ 、裂纹偏转长度 a_d 、穿越长度 a_p 以及奇异指数 λ 得到的. 其中,函数 $f(\alpha, \beta)$ 和奇异指数 λ 是与两个 Dundurs 参数 α 和 β 相关的函数^[7], 对于平面应变问题, α, β 和 λ 通过以下公式求得

$$\alpha = \frac{E_f(1 - \nu_m^2) - E_m(1 - \nu_f^2)}{E_f(1 - \nu_m^2) + E_m(1 - \nu_f^2)} \tag{2}$$

$$2\beta = \frac{E_f(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m) - E_m(1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f)}{E_f(1 - \nu_m^2) + E_m(1 - \nu_f^2)} \tag{3}$$

$$\cos \lambda\pi = \frac{2(\beta - \alpha)}{1 + \beta} (1 - \lambda)^2 + \frac{\alpha + \beta}{1 - \beta} \tag{4}$$

式中 E_m 和 E_f 分别为基体和纤维的弹性模量, ν_m 和 ν_f 分别为基体和纤维的泊松比. α 和 β 也叫材料弹性错配参数^[8], 决定了纤维和基体材料的不匹配程度: $\alpha > 0$, 纤维弹性模量大于基体弹性模量; $\alpha < 0$, 纤维弹性模量小于基体弹性模量; $\alpha = 0$, 纤维弹性模量与基体弹性模量相等.

由公式(1)可以看出,裂纹偏转准则不仅仅与材料弹性错配参数 α, β 有关,而且也与裂纹偏转长度和穿越长度 a_d, a_p 有关.

1.2 VCCT 求解裂纹扩展时的能量释放率

目前,有多种方法和模型计算裂纹偏转时的能量释放率或能量释放率相关函数 $f(\alpha, \beta)$. 如积分法^[2-3]、有限元法^[9-10]、边界元法^[11-12]、粘结带模型^[13-14]、ADM 模型^[15-16] 等. HH 通过积分法求解

函数 $f(\alpha, \beta)$ 来间接获得能量释放率比值 G_d / G_p , 求解过程比较烦琐. 而采用有限元法直接计算时, 由于裂纹尖端存在应力集中现象, 为提高计算精度, 在裂纹尖端处的有限元网格的划分要很精细, 或采用奇异性单元来模拟裂纹尖端的奇异性. 对有限元单元和网格的要求很高, 计算量大, 计算精度不可靠, 难以计算复杂结构的裂纹. VCCT 是由 RYBICKI^[17] 最早提出, 其目的是采用非奇异有限元单元求解裂纹尖端的应力强度因子, 相对其它方法来说, VCCT 计算简便, 尤其是大大减少了非线性问题的计算量. 目前在复合材料领域, 虚裂纹闭合技术主要用来计算具有分层损伤的复合材料层合板分层前缘的能量释放率分布规律及其分层扩展问题^[18-20].

VCCT 的基本假设是扩展一定长度裂纹所需的能量与闭合相同长度裂纹所需要的能量相等, 只需计算裂纹闭合力 and 裂纹张开位移就可得到应变能量释放率. 设在图 2 中, 裂纹由 i 点扩展到 j 点, 扩展长度为 Δa , 裂纹上下表面的相对位移为 $\Delta u_{ix}, \Delta u_{iy}, \Delta u_{iz}$, 闭合该裂纹时裂纹上下表面的闭合力为 F_{ix}, F_{iy}, F_{iz} , 则裂纹扩展 Δa 时的能量释放率为

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} =$$
$$\lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta at} \left(\int_0^{\Delta a} F_{iy}(a) \Delta u_{iy}(a) da + \right.$$
$$\left. \int_0^{\Delta a} F_{ix}(a) \Delta u_{ix}(a) da + \int_0^{\Delta a} F_{iz}(a) \Delta u_{iz}(a) da \right)$$

(5)

式中 G_I, G_{II}, G_{III} 分别为断裂模式 I, II, III 的能量释放率, t 为裂纹厚度.

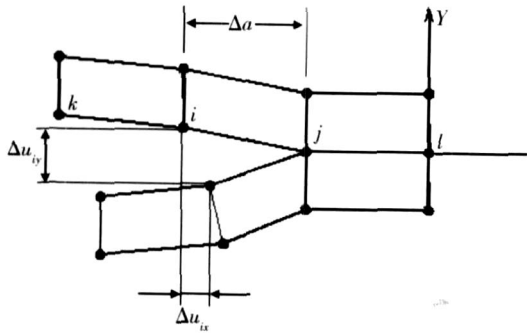


图 2 虚裂纹闭合法

Fig. 2 Schematic of the virtual crack closure technique

VCCT 的关键是求解裂纹上下表面的闭合力及闭合点的相对位移, 其计算过程有两步法、单步法^[21]等. 两步法分别计算裂纹扩展前后两个状态裂纹表面处各点的力和位移, 扩展前的作用力

即为所求闭合力, 扩展后的相对位移即为所求位移. 对于图 2 中的 i 点, 由式 (5) 得裂纹扩展时的能量释放率为

$$G = \frac{1}{2\Delta at} (F_{iy}^{(1)} \Delta u_{iy}^{(2)} + F_{ix}^{(1)} \Delta u_{ix}^{(2)} + F_{iz}^{(1)} \Delta u_{iz}^{(2)})$$

(6)

单步法假设裂纹扩展长度很小, 裂纹的扩展不改变裂纹尖端的状态, 即 i 点的闭合力与 i 点的相同, 因此可以通过一步求得裂纹扩展时的能量释放率

$$G = \frac{1}{2\Delta at} (F_{iy} \Delta u_{iy} + F_{ix} \Delta u_{ix} + F_{iz} \Delta u_{iz})$$

(7)

在本文计算中, 由于所计算的基体裂纹扩展长度的范围比较宽, 裂纹尖端的状态可能会受何、材料缺陷等因素的影响^[22], 因此采用公式 (6) 进行计算. VCCT 计算裂纹扩展前后两个状态裂纹表面处各点的力和位移可通过有限元计算获得, 而各种影响参数, 如: 材料弹性错配参数 α 和 β , 基体主裂纹长度、裂纹扩展长度 a_d 和 a_p 等作为有限元的几何参数或材料参数输入.

2 复合材料基体裂纹偏转研究

2.1 计算模型

本文采用单纤维圆柱模型研究陶瓷基复合材料基体裂纹在界面处的偏转 (见图 3). 假设基体主裂纹延垂直于纤维方向扩展, 当主裂纹到达界面时, 延原扩展面扩展或延平行于纤维方向的扩展面扩展. 由于圆柱模型为轴对称结构, 因此计算时对其简化. 图中, ε 为远场载荷, L 为模型长度, r_f 和 r_m 分别为纤维和基体半径. 基体主裂纹位于 $L/2$ 处. 假设在初始状态, 基体主裂纹尖端位于界面上. 为减少远场载荷对裂纹尖端的影响, 取模型长度 $L = 10 r_f$.

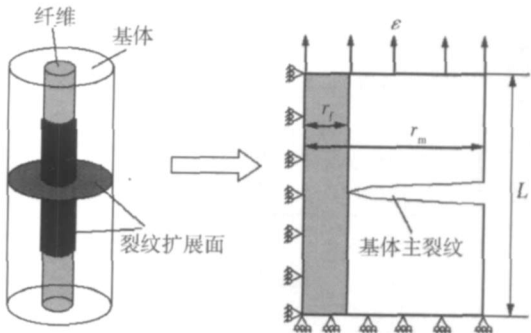


图 3 圆柱模型

Fig. 3 Cylinder model

2.2 弹性错配参数 α 和 β 的影响

由公式(2),(3)可知,当 α 和 β 确定时,材料参数 E_m, E_f, v_m, v_f 的变化范围实际有一定限制,即裂纹偏转准则公式(1)的应用范围有一定限制. HH 假设基体主裂纹相对于扩展裂纹无限长,且认为弹性错配参数 β 对裂纹偏转的影响比较小,忽略 β 的影响,则由公式(2),(3)可得

$$\frac{E_f}{E_m} = \frac{(1 - v_f^2)(1 + \alpha)}{(1 - v_m^2)(1 - \alpha)} \quad (8)$$

$$v_m = \frac{2\alpha - 3v_f\alpha + v_f}{1 + 3\alpha - 4v_f\alpha} \quad (9)$$

对于陶瓷基复合材料来说,纤维弹性模量 E_f 一般大于基体弹性模量 E_m ,因此文中取 $\alpha > 0$. 假设纤维泊松比 v_f 已知,通过公式(8),(9)来研究弹性错配参数 α 对材料参数的要求. 图 4 与图 5 分别为弹性模量比率 E_f/E_m 和基体泊松比 v_m 与随 α 的变化曲线. 由图可知,当纤维泊松比 v_f 一定时,基体泊松比 v_m 和弹性模量比率 E_f/E_m 都随 α 的增大而增大. 对于大部分陶瓷基复合材料来说,纤维弹性模量 E_f 与基体弹性模量 E_m 处于同一数量级,即 α 的取值范围一般在 (0.3, 0.8) 之间. 由图 4 与图 5 可知,当 $\alpha = 0.5$, $E_f/E_m = 3.5$ 时,基体的纤维泊松比 $v_m \geq 0.41$; 当 $\alpha = 0.8$, $E_f/E_m = 9.5$ 时,基体的纤维泊松比 $v_m \geq 0.49$. 即纤维弹性模量相对于基体弹性模量比较大时,要求基体的泊松比也应该很大. 通过计算纤维的泊松比,也可得出相同结论.

由以上分析可知,只有在 α 取较小值时,HH 的裂纹偏转准则才能用于实际陶瓷基复合材料的计算.

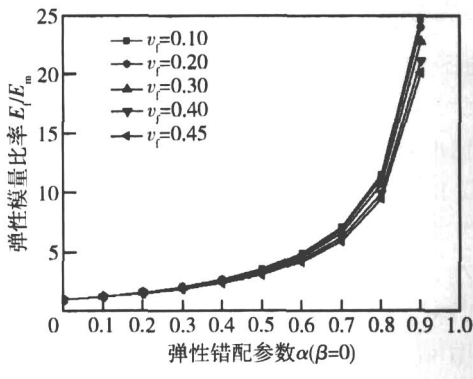


图 4 弹性模量比率 E_f/E_m 随 α 的变化曲线

Fig. 4 E_f/E_m ratio versus α with different

考虑与 HH 相同的情况,即取双向偏转的扩展长度是其它路径扩展长度的 2 倍 $a = a_{d-double} = 2a_p = 2a_{d-singel}$,本文取 $a/(r_m - r_f) = 2 \times 10^{-4}$. 由公

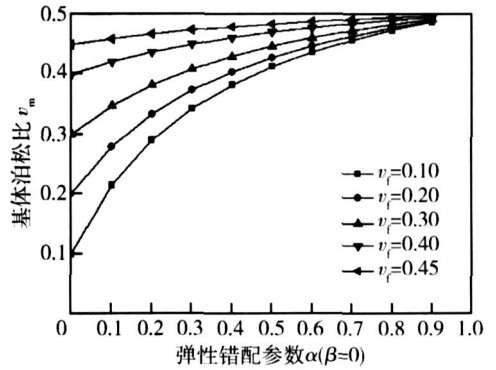


图 5 基体泊松比 v_m 随 α 的变化曲线

Fig. 5 v_m versus α with different v_f

式(8),(9)计算得到的材料参数作为 VCCT 的输入参数,计算不同裂纹扩展路径上的能量释放率. 图 6 为本文计算结果与 HH 计算结果比较. 由图可知,当 $\alpha < 0.7$ 时,两种方法计算的结果差别不大. 由图 4 和图 5 的分析可知, α 取的值较低时,基体或纤维的泊松比才不会过大,才能计算符合实际情况的陶瓷基复合材料. 因此,在与 HH 相同的情况下,当 α 取值的范围为 (0.3, 0.7) 时,可以采用 VCCT 方法准确研究陶瓷基复合材料的基体裂纹偏转. HH 是采用积分法计算不同裂纹扩展路径上的能量释放率,计算过程比较复杂,而采用 VCCT 进行计算,其过程要简单的多.

此外,本文的计算结果与 HH 的计算结果都表明:对于陶瓷基复合材料 ($\alpha > 0$),裂纹单向偏转的能量释放率比率 $G_{d-single}/G_p$ 略小于裂纹双向偏转 $G_{d-double}/G_p$,说明双向裂纹偏转比单向裂纹偏转更容易发生.

因此,在 $\beta = 0$ 的假设条件下,双向裂纹偏转应是陶瓷基复合材料基体裂纹扩展的主要模式.

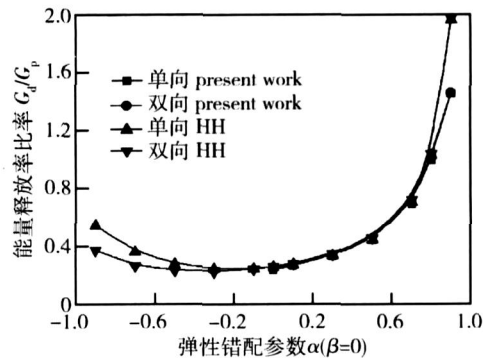


图 6 不同方法计算结果比较

Fig. 6 The result by different methods

大量对实际双材料性能的研究表明,各种双材料的 Dundurs 参数集中于 $\alpha = 4\beta$ 附近^[8],因此,

由公式(2),(3)得

$$\frac{E_t}{E_m} = \frac{(1 + \nu_t)(3\nu_t - 1)}{(1 + \nu_m)(3\nu_m - 1)} \quad (10)$$

$$\nu_m = \frac{\alpha - 2\nu_t\alpha + \nu_t}{1 + 2\alpha - 3\nu_t\alpha} \quad (11)$$

采用与公式(8),(9)相同的方法得到材料参数然后通过 VCCT 计算 $\beta \neq 0$ 时不同裂纹扩展路径上的能量释放率.图 7 为 $\beta \neq 0$ 和 $\beta = 0$ 的计算结果比较.由图可知, $\beta \neq 0$ 的计算结果与 $\beta = 0$ 的计算结果基本相同.只有当 $\alpha > 0.8$,计算结果才略有差异.对于陶瓷基复合材料($0.3 < \alpha < 0.7$), β 的假设是适用的.

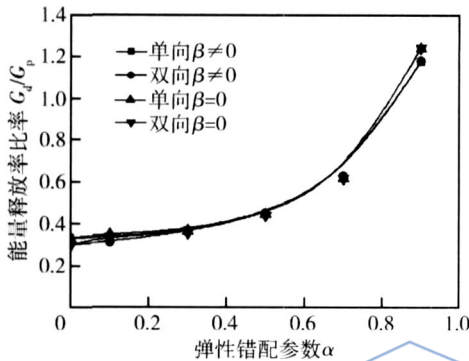


图 7 $\beta \neq 0$ 和 $\beta = 0$ 计算结果比较

Fig. 7 Result with $\beta \neq 0$ and $\beta = 0$

2.3 基体裂纹扩展长度的影响

设不同路径上的裂纹扩展长度相等,即 $a = a_p = a_d$,取比值 $k = a / (r_m - r_t)$ 作为衡量裂纹扩展长度对能量释放率的影响.图 8 为在不同 k 值下,能量释放率比率 G_d / G_p 随材料弹性错配参数 α 的变化曲线.由图可知,当 α 的取值范围为 $0.3 < \alpha < 0.7$ 时, $k \leq 0.01$ 的曲线都随 α 的增大而增大,且 k 越小,随 α 增加的幅度就越大; $k = 0.02$ 的曲线也随 α 的增大而增大,但增加的幅度很有限; $k = 0.04$ 的曲线随 α 的增大而降低.这说明,对于裂纹扩展长度为 $a \leq 0.01(r_m - r_t)$ 小裂纹的扩展,纤维相对于基体的弹性模量越大, G_d / G_p 越大,基体裂纹越容易发生偏转.而对于裂纹扩展长度为 $a \geq 0.04(r_m - r_t)$ 长裂纹的扩展,结论正好相反,纤维相对于基体的弹性模量越大, G_d / G_p 越小,基体裂纹越容易发生穿越.对于裂纹扩展长度为 $a = 0.02(r_m - r_t)$ 的裂纹,纤维相对于基体的弹性模量对 G_d / G_p 几乎无影响.

此外,由图也可以看出,对于相同的 α , k 值越小,能量释放率比率 G_d / G_p 越大.这说明,如果裂纹偏转和裂纹穿越都能扩展相同的长度,扩展长

度越小,越有利于基体裂纹偏转的发生.

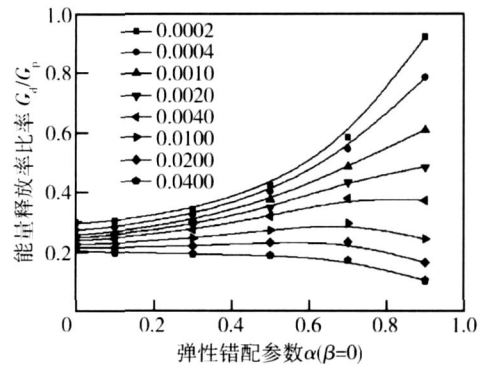


图 8 不同裂纹扩展长度的计算结果

Fig. 8 Result with different length of extension at interface

2.4 基体裂纹相对扩展长度的影响

当扩展裂纹相对于基体主裂纹比较小时,即 $a_d, a_p \rightarrow 0$ 时,公式(1)存在病态特征:当 $\lambda < 1/2$,能量释放率为 0,在任何情况下都不会产生裂纹扩展;当 $\lambda > 1/2$,能量释放率为无穷,在任何载荷状态下都会产生裂纹扩展.为消除 λ 引起的病态,HH 假设 $a_d = a_p$,即公式(1)与裂纹扩展长度和奇异指数 λ 无关,消除了解的病态.而在实际情况中,裂纹的扩展长度 a_d 和 a_p 的大小、是否相等并不确定, $a_d = a_p$ 的假设可能会对裂纹偏转准则产生影响^[9,15,23],在应用过程中可能得出不恰当的结论.因此,需要研究 $a_p \neq a_d$ 的情况.假设 a_p 为常值,取比值 a_d / a_p 作为研究基体裂纹相对扩展长度影响的参数.

图 9(a)(b)分别为 $a_p / (r_m - r_t) = 0.001$ 和 $a_p / (r_m - r_t) = 0.01$ 时,能量释放率比率 G_d / G_p 随材料弹性错配参数 α 的变化曲线.由图可知,图 9(a)与图 9(b)中,相同 a_d / a_p 值下的曲线有很大区别,但对于陶瓷基复合材料,当 α 在 $(0.3, 0.7)$ 之间取值时,图 9(a),(b)中能量释放率比率 G_d / G_p 都随 α 的增大而增大,并且图 9(a)中的值要远大于图 9(b)中相应的值.这是因为图 9(a)中 a_p 取值较小,在 a_d / a_p 相同的情况下, a_d 应取较大的值,即裂纹偏转的能量释放率 G_d 要大.

图 9(a),(b)也表明,当 α 在 $(0.3, 0.7)$ 之间取值时,在取相同 α 值下,基体裂纹相对扩展长度 a_d / a_p 值越大, G_d / G_p 越大.即基体裂纹偏转长度越长,裂纹越容易发生偏转.此外在图 9(b)中,如果基体偏转裂纹长度和基体穿越裂纹长度取值太大($a_d / a_p \geq 2$),模型的边界条件和几何条件的影响不能忽略,将成为影响计算结果的主要因素.

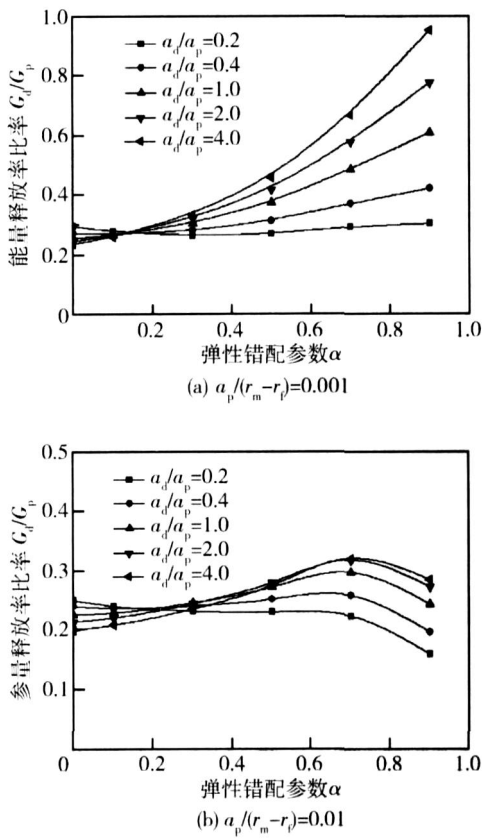


图 9 不同裂纹相对扩展长度 a_d/a_p 计算结果

Fig.9 Result with different a_d/a_p

与 HH 的计算结果(图 10)相比,图 9(a)的计算结果比 HH 的计算结果略小,图 9(b)的计算结果与 HH 相差较大.这是因为 HH 计算的扩展裂纹相对于主裂纹来说无限小,即裂纹扩展处于裂纹尖端奇异主导区(K-dominant)内,不受远场载荷和几何的影响.而本文研究的扩展裂纹为有限长度,所选模型长度也是一定的,当 a_d 或 a_p 取值较大时,计算结果会受远场载荷的影响.此外,由公式(1)可知,HH 的计算结果受奇异指数 λ 的影响很大,只有当 $\alpha=0$ 即 $\lambda=5$ 时,HH 的计算结果才与裂纹相对扩展长度 a_d/a_p 无关.

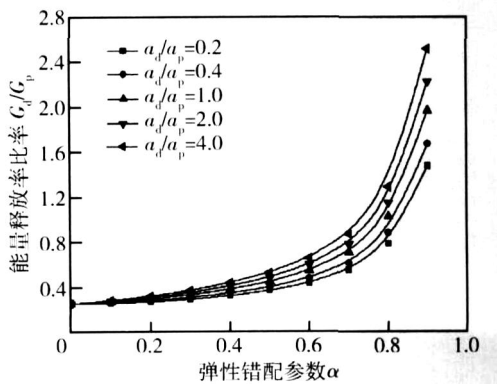


图 10 不同裂纹相对扩展长度 a_d/a_p HH 计算结果

Fig.10 Result with different a_d/a_p by HH

3 结 论

本文采用虚裂纹闭合技术计算了陶瓷基复合材料基体裂纹在在界面处不同传播路径的能量释放率,并结合基于能量释放率的裂纹偏转准则分析了影响基体裂纹偏转的主要影响因素.结果表明:

(1) VCCT 能够准确计算基体裂纹扩展时的能量释放率,可用于分析陶瓷基复合材料的裂纹偏转.

(2) 只有在 α 取较小值时,HH 的裂纹偏转准则才能用于实际陶瓷基复合材料的计算; $\beta=0$ 的假设适用于陶瓷基复合材料的分析.

(3) 如果裂纹偏转和裂纹穿越都能扩展相同的长度,扩展长度越小,越有利于基体裂纹偏转的发生.

(4) 基体裂纹偏转长度越长,裂纹越容易发生偏转.

参考文献:

[1] 张立同,成来飞.新型碳化硅陶瓷基复合材料的研究进展[J].航空制造技术,2004,1:24-32.
ZHANG Litong, CHENG Laifei. Progress in research work of new CMC-SiC[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2004, 1:24-32.

[2] He M Y, Hutchinson J W. Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25:1053-1067.

[3] He M Y, Evans A G, Hutchinson J W. Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials: Role of Residual Stresses[J]. International Journal of Solids and Structures, 1994, 31:3443-3455.

[4] Gupta V, Argon A S, Suo Z. Crack deflection at an interface between two orthotropic media[J]. J. Appl. Mech, 1992, 59:79-87.

[5] Kumaria S, Dingth R N. Effect of interfacial shear strength on crack-fiber interaction behavior in ceramic matrix[J]. J. Am. cerami. soc, 1996, 79:199-208.

[6] Tullock D L, Reimanis I E, Graham A L, et al. Deflection and penetration of cracks at an interface between two dissimilar materials[J]. Acta Metall Mater, 1994, 42:3245-52.

[7] Dundurs J. Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges[J]. J Appl Mech (Trans ASME), 1969, 36(5):650-652.

[8] 杨卫. 宏微观断裂力学[M]. 北京:国防工业出版社,1995.

[9] Lee W, Yoo Y H, Shin H. Reconsideration of crack deflection at planar interfaces in layered systems[J]. Composites Science and Technology, 2004, 64:2415-2423.

[10] Martin E, Peters P W M, Leguillon D, et al. Conditions for

- matrix crack deflection at an interface in ceramic matrix composites[J]. *Materials Science and Engineering A250*, 1998:291-302.
- [11] Mammol A A, Graham A L, Mammoli A A. The effect of flaws on the propagation of cracks at bi-materials interfaces[J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1995, 43 (3): 1149-1156.
- [12] LIU Y F, Tanaka Y, Masuda C. Debonding mechanisms in the presence of an interphase in composites[J]. *Acta mater*, 1998, 46(15): 5237-5247.
- [13] Romeo A, Ballarini R. A cohesive zone model for cracks terminating at a biomaterial interface [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 11(34): 1307-1326.
- [14] Parmigiana J P, Thouless M D. The roles of toughness and cohesive strength on crack deflection at interfaces[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2006, 54: 266-287.
- [15] Ahn B K, Curtin W A, Parthasarathy T A, et al. Criteria for crack deflection/penetration for fiber-reinforced ceramic matrix composites [J]. *Compos Sci Technol*, 1998, 58 (11): 1775-84.
- [16] Byung K A. Interfacial mechanics in fiber-reinforced composites: mechanics of single and multiple cracks in CMCs [D]. USA: The Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1997.
- [17] Rybicki E F, Kanninen M F. A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral [J]. *Eng. Fracture Mech*, 1977, 9: 931-938.
- [18] 白瑞祥, 陈浩然. 含分层损伤复合材料加筋层合板的分层扩展研究[J]. *应用数学和力学*, 2004, 4(25): 368-378.
BAI Ruixiang, CHEN Haoran. Numerical analysis of delamination growth for stiffened composite laminated plates [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2004, 4(25): 368-378.
- [19] Krueger R M, Pierre J. Skin-stiffener debond prediction based on computational fracture analysis[R]. NASA/CR-2005-213915.
- [20] Krueger R M, Pierre J. Analysis of composite skin-stiffener debond specimens using volume elements and a shell/3D modeling technique[R]. NASA/CR-2002-211947.
- [21] Krueger R. The virtual crack closure technique: history, approach and applications[R]. NASA/CR-2002-211628.
- [22] Lee W, Howard S J, Clegg W J. Growth of interface defects and its defect on crack deflection and toughening[J]. *Acta mater*, 1996, 44(10): 3905-3922.
- [23] Martin E, Leguillon D, Lacroix C. A revisited criterion for crack deflection at an interface in a brittle material [J]. *Compos. Sci. Technol*, 2001: 61(12): 1671-1679.